

## MA34A Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesores: Ivan Rapaport & Pierre-Paul Romagnoli

### CONTROL 1

- 1.- Una mujer embarazada decide hacerse una ecografía para conocer el sexo de su futuro hijo. Se sabe que la probabilidad de que la ecografía diga que es un varón y acierte es de un 99% y de que diga que es niña y acierte es de un 90%. Dado que la probabilidad de que fuera varón antes de tomar la ecografía era de un 50%, calcule la probabilidad de que sea niña dado que la ecografía así lo pronosticó.
- 2.- Un grupo de tres personas se presenta a un concurso en que a cada uno se le coloca un gorro al azar de color blanco o negro de modo que cada concursante sólo puede ver el color del gorro de sus compañeros. Cada concursante debe tratar de adivinar el color del gorro que tiene puesto y puede dar una de tres respuestas: blanco, negro, paso. El grupo gana si alguno de ellos adivina el color de su gorro y nadie se equivoca (pasar no es equivocarse). Vamos a comparar dos estrategias distintas para los concursantes.
  - (i) Los concursantes deciden que el primero de ellos responderá negro y los demás pasarán. Calcule la probabilidad de que el equipo gane con esta estrategia.
  - (ii) Los concursantes ahora deciden que cada uno actuará de la manera siguiente: si el concursante ve que los gorros de sus dos compañeros son del mismo color dirá el color contrario, y en cualquier otro caso pasará. Calcule la probabilidad de que el equipo gane con esta estrategia.
- 3.- Se dispone de  $2N$  bolas,  $N$  bolas blancas y  $N$  bolas negras. Se dispone también de dos urnas vacías. Se colocan al azar  $N$  bolas en cada urna y se saca una bola de la primera urna.
  - (i) Calcule la probabilidad de que haya  $k \in \{0, \dots, N\}$  bolas blancas en la primera urna y que además la bola extraída sea blanca.
  - (ii) Demuestre que 
$$\sum_{k=0}^N \binom{N}{k}^2 \frac{k}{N} = \frac{1}{2} \binom{2N}{N}.$$

HINT: Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea blanca.

  - (iii) Sabiendo que la bola salió blanca, calcule la probabilidad de que hubiese  $k$  bolas blancas en la primera urna antes de la extracción.

**Tiempo: 3 horas.**

**Preguntas en hojas separadas.**