MA34A-02
Profesor: Pierre-Paul Romagnoli
Auxiliar: Rodrigo Dávila

CONTROL 3

1.-

(i) Sean X, Y variables aleatorias independientes con distribución $N(0,1)$. Calcule la densidad de $U = X/Y$.

(ii) Sea Θ con distribución $N(0,1)$ y X con distribución $U(-\frac{1}{|\Theta|}, \frac{1}{|\Theta|})$. Calcule la función de distribución de X o su densidad.

2.- Sean X,Y, Z variables aleatorias uniformes en un toro centrado en el origen de base 2 y radio 1.

Calcule la distribución y esperanza de cada una de las variables R, Φ, Θ definidas implicitamente como:

$$\begin{aligned} X &= [2 + R\cos(\Theta)]\cos(\Phi) \\ Y &= [2 + R\cos(\Theta)]\sin(\Phi) \\ Z &= R\sin(\Theta) \end{aligned}$$

3.- Un banco tiene N cajeros, el n-ésimo cajero se demora un tiempo exponencial de parámetro λ_n en atender un cliente. La cola única del banco se sabe tiene una distribución de Poisson de parámetro β. Suponiendo que la probabilidad de que una persona cualquiera en la cola sea atendida por el n-ésimo cajero es proporcional a λ_n calcule el valor esperado del tiempo que transcurre para una persona cualquiera desde que ingresa a la cola hasta que es finalmente atendida.

Indicaciones Generales:
La función de densidad de una variable $N(0,1)$ es $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-x^2}{2}}$.

La función de densidad de una variable $U(a,b)$ es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

La función de densidad de una variable aleatoria exponencial de parámetro λ es $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$.

Una variable aleatoria de Poisson tiene soporte $\mathbb{N}$ y además la probabilidad de que tome el valor n es $e^{-\lambda}\frac{\lambda^n}{n!}$.

Tiempo: 3 horas.

Preguntas en hojas separadas.