

MA34A-02

Profesor: Pierre-Paul Romagnoli

Auxiliar: Rodrigo Dávila

EXAMEN

1.-

(i) Se tiene N elementos que se desordenan, sea S la cantidad de elementos que no cambian de posición. Calcule la esperanza y la varianza de S .

Para lo anterior se recomienda que utilice la descomposición de S como:

$$S = \sum_{n=1}^N S_n$$

Con S_n la variable aleatoria que vale 1 si el elemento n quedó fijo y vale 0 si no.

NOTA: Es evidente que las variables S_n no son independientes.

(ii) Un candidato a concejal contrata N empresas independientes de encuestas. Cada empresa le entrega al candidato una estimación de su porcentaje de votantes θ_n . Un asesor del candidato le recomienda que considere el promedio de los resultados como el estimador de su porcentaje de votantes.

Sabiendo que para cada n , se tiene que $\theta_n = \theta + \epsilon_n$ con θ el verdadero porcentaje y ϵ_n una variable aleatoria con $\mathbf{IE}(\epsilon_n) = 0$ y $V(\epsilon_n) = \sigma^2$. Encuentre un valor de N para que la probabilidad de que el promedio difiera de θ por más de 0.01 sea menor que 0.01.

2.- Sean X, Y v.a.i.i.d con distribución $N(0, \sigma^2)$.

(i) Muestre que $U = X^2 + Y^2$ y $V = \frac{X}{Y}$ son independientes.

(ii) Calcule la densidad condicional de Y dado $\sqrt{X^2 + Y^2}$ y $\mathbf{IE}(Y|\sqrt{X^2 + Y^2})$.

Tiempo: 3 horas.

Preguntas en hojas separadas.