

Control 2 - Probabilidades y Procesos Estocásticos - 2005

Iván Rapaport

Pregunta 1.

a.- (2 puntos) Supongamos que el resultado de un experimento sigue una uniforme $(0, 80)$. Suponga que éste se va repetir 100 veces y cada vez de modo independiente. Sea X el máximo valor que alcance el experimento. ¿Cuál es la probabilidad de que X sea mayor que 40?

b.- Sea X una v.a. uniformemente distribuida en $(0, 1)$. Sea Y una v.a. uniformemente distribuida en $(0, X)$.

i.- (2 puntos) Encuentre la densidad conjunta de X e Y .

ii.- (2 puntos) Encuentre la densidad de Y .

Pregunta 2.

Suponga que hay 17 postes en el perímetro de un predio. Suponga que 5 de los 17 están podridos. Numere los postes $0, 1, \dots, 16$. Aquí probaremos, usando exclusivamente argumentos probabilistas, que *necesariamente* existe una serie de 7 postes consecutivos de los cuales 3 están podridos.

Consideremos el experimento consistente en escoger un poste k al azar. Se definen para todo $i \in \{0, 1, \dots, 16\}$ las variables aleatorias:

$$I_i(k) = \begin{cases} 1 & \text{si el poste } k + i \text{ está podrido} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

a.- (2 puntos) Demuestre que, para todo i , $\mathbb{E}(I_i) = \frac{7}{17}$.

b.- (2 puntos) Sea la variable aleatoria $R(k) =$ “cantidad de postes podridos entre el poste k y el poste $k + 6$ ”. Demuestre que $\mathbb{E}(R) = \frac{35}{17}$.

c.- (1 punto) Concluya que $\Pr\{R > 2\} > 0$.

d.- (1 punto) Concluya lo que se quería demostrar.

Tiempo: 2 horas y 30 minutos.