Control 2 - Probabilidades y Procesos Estocásticos - 2007

Iván Rapaport

Pregunta 1.

a.- (2 puntos) Sea X una variable aleatoria que sigue una ley de Poisson de parámetro $\lambda > 0$. Es decir,

$$\Pr\{X = i\} = e^{-\lambda}\frac{\lambda^i}{i!} \qquad i = 0, 1, 2, \ldots$$

Demuestre que $\mathbb{E}(X) = \lambda$.

b.- (2 puntos) Sea X una variable aleatoria discreta definida en $\mathbb{N}$. Demuestre que $\mathbb{E}(X) = \sum_{i \geq 0} \Pr\{X \geq i\}$.

c.- (2 puntos) Suponga que una barra cuyo largo es de 1 metro se corta en un punto elegido al azar de manera uniforme de modo tal que se generen dos sub-barras. ¿Cuál es el largo esperado de la sub-barra más corta?

Pregunta 2. Sea X una variable aleatoria que sigue una ley exponencial de parámetro 0.1. Es decir, su función de densidad está dada por

$$f(x) = \begin{cases} 0.1e^{-0.1x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

a.- (1.5 puntos) Calcule $\Pr\{X > 53 | X > 43\}$.

b.- (1.5 puntos) Demuestre que $\mathbb{E}(X) = 1$.

c.- (3 puntos) Demuestre que la variable aleatoria $\lceil X \rceil$ sigue una ley geométrica.

Tiempo: 3 horas.