

Control 3 - Probabilidades y Procesos Estocásticos - 2007

Iván Rapaport

Pregunta 1.

a.- (3 puntos) Supongamos que el resultado de un experimento sigue una ley uniforme en $(0, 80)$. Suponga que el experimento se va a repetir 100 veces y cada vez de modo independiente. Sea X el máximo valor que alcance el experimento. ¿Cuál es la probabilidad de que X sea mayor que 40?

b.- Sean $X_1 \dots X_n$ variables aleatorias i.i.d. con esperanza μ y varianza σ . Se define la variable aleatoria $\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n}$. Se define también la variable aleatoria $S^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$. Calcule

i.- (1 punto) La varianza de \bar{X} .

ii.- (2 puntos) La esperanza de S^2 .

Pregunta 2.

a.- Sea X una variable aleatoria uniformemente distribuida en $(0, 1)$. Sea Y una variable aleatoria uniformemente distribuida en $(0, X)$.

i.- (1.5 puntos) Encuentre la densidad conjunta de X e Y .

ii.- (1.5 puntos) Encuentre la densidad de Y .

b.- (3 puntos) Suponga que hay una mesa circular en la que caben 8 personas. Suponga que en cada puesto se escoge de manera independiente una persona y siempre la probabilidad de escoger un hombre es igual a la de escoger una mujer. Calcule el número esperado de mujeres que quedarán sentadas solas (rodeadas por dos hombres).

Ind: Recuerde que $\mathbb{E}(X_1 + \dots + X_8) = \mathbb{E}(X_1) + \dots + \mathbb{E}(X_8)$.

Tiempo: 3 horas.