23.10.2000 PAUTA CONTROL 3 MA 34B

<u>PROBLEMA 1</u> (2 puntos)

1.1 Si μ_H y μ_M son las medias en las poblaciones, σ_H^2 y σ_M^2 las varianzas en las poblaciones, se plantean las hipótesis: $H_o : \mu_H = \mu_M$ contra $H_o : \mu_H > \mu_M$ o bien $H_o : \mu_H \le \mu_M$ contra $H_o : \mu_H > \mu_M$.

1.2 Se supone que las variables siguen una distribución normal: $N(\mu_H, \sigma_H^2)$ si es hombre y $N(\mu_M, \sigma_M^2)$ si es mujer. Además suponemos que $\sigma_H^2 = \sigma_M^2$. Luego tenemos el estadístico

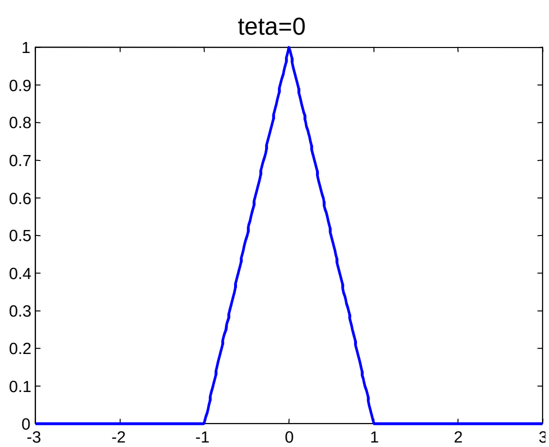
$$T = \frac{(\overline{x}_H - \overline{x}_M)/\sqrt{\frac{1}{n_H} + \frac{1}{n_M}}}{\sqrt{\frac{n_H s_H^2 + n_M s_M^2}{n_H + n_M - 2}}} \sim t_{n_H + n_M - 2}$$

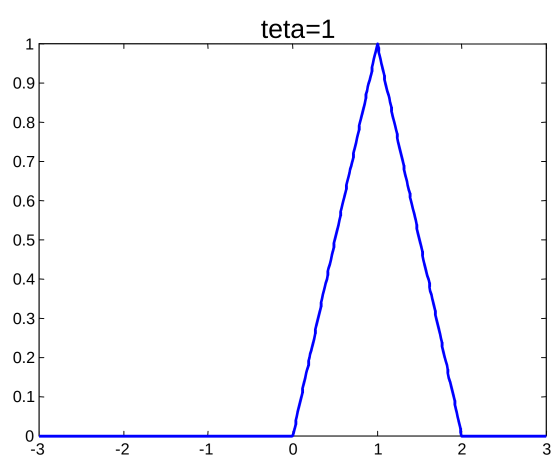
La región crítica del test se obtiene entonces a partir del estadístico: $P(\chi^2_{184} > 216.64) = 0.05$ y $T = 706.9$. Se rechaza la igualdad.

1.3 O bien se considera el p-valor: $P(\chi^2_{184} > 706.9) = 0.000$.

<u>PROBLEMA 2</u> (2 puntos)

2.1





$$P(x \ge c \mid \theta = 0) = \int_c^1 (1-x)dx = \frac{1}{2}(1-c)^2 = \alpha$$

.2 $\beta = P(x < c \mid \theta = 1) = \int_0^c x dx = \frac{c^2}{2}$. Si α crece, β decrece.

2.3 2.3 $c = \frac{1}{3}$ ....

2.4 El lema de Neyman Pearson permite concluir que se rechaza H_o, si $\dfrac{f(x|\theta=1)}{f(x|\theta=0)} > k$

$$\frac{f(x|\theta=1)}{f(x|\theta=0)} = \begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \dfrac{x}{1-x} & \text{si } 0 \le x \le 1 \\ \infty & \text{si } x>1 \end{cases}$$

- Luego en el caso $x < 0$, nunca se rechaza.
- En el caso $0 \le x \le 1$, $\dfrac{x}{1-x} > k$, es decir $x > c$, en donde c es tal que

  $P(x > c \mid \theta = 0) = 0.1 \Rightarrow c = 1 - \sqrt{0.2} = 0.553$
- En el tercer caso, siempre se rechaza.

Luego: a) $x = -0.2$, no se rechaza H_o, b) $x = 0,5$, no se rechaza H_o, c) $x = 3$, se rechaza H_o.

PROBLEMA 3 (1,5 puntos)

3.1 Si la moneda es equilibrada, la distribución del número de caras obtenidas en *5* lanzamientos es una *binomial(n,0.5)*. La probabilidad de sacar *k* caras es igual a:

$$\binom{5}{k}0.5^k 0.5^{5-k} = \binom{5}{k}0.5^5 = \binom{5}{k} * 0.03125$$

Nº caras	0	1	2	3	4	5	Total
Probabilidad	0.03125	0.15625	0.3125	0.3125	0.15625	0.03125	1.0000

El porcentaje de personas obteniendo 0 cara, 1 cara, ..., 5 caras, bajo el supuesto que la moneda es equilibrada es igual entonces a:

Nº caras	0	1	2	3	4	5	Total
% personas	3.125	15.625	31.25	31.25	15.625	3.125	100

3.2 Se hace un test χ^2 para medir la diferencia entre los números de personas observadas y teóricas bajo el supuesto que la moneda es equilibrada.

Nº caras	0	1	2	3	4	5	Total
Nº personas Teórico $100p_i$	3.13	15.65	31.30	31.30	15.65	3.13	100
Nº personas Observado $100f_i$	5	12	25	35	17	6	100
$100*(f_i-p_i)$	1.875	-3.625	-6.25	3.75	1.375	2.875	0.000
$(100f_i-100p_i)^2/100p_i$	1.125	0.841	1.25	0.45	0.121	2.645	6.432

Bajo el supuesto de moneda equilibrada, $Q = \sum_{k=0}^{5} \dfrac{(100 f_i - 100 p_i)^2}{100 p_i} \sim \chi^2_5$

Se observo $Q = \sum_{k=0}^{5} \dfrac{(100 f_i - 100 p_i)^2}{100 p_i} = 6.432$ y $P(\chi^2_5 \ge 11.07) = 0.05$

Luego, las diferencias no son suficientemente grandes y no se puede rechazar que la moneda es equilibrada.

3.3 El p-valor es igual a: $P(\chi_5^2 \geq 6.432)$ y es mayor que 0.05.
De hecho $P(\chi_5^2 \geq 6.432) = 0.27$.

<u>PROBLEMA 4</u> (0,5 punto)

La tabla estimada bajo la independencia es:

Carrera	Administración	Educación	Artes	Ingeniería	Total
Donde los padres	13.0	7.8	19.5	11.7	52
Residencia universitaria	15.75	9.4	23.625	14.175	63
Otros	21.25	12.75	31.875	19.125	85
Total	50	30	75	45	200

Q=53.75. Como $P(\chi_6^2 \geq 12.59) = 0.01$, se rechaza la independencia, más aún
$P(\chi_6^2 \geq 16.81) = 0.01$.

Se observa que los de Administración viven más bien donde los padres, Artes e Ingeniería en residencia universitaria u otro.